

La majorité des jeunes profs de maths est incapable de résoudre ce problème de logique de base

écrit par Alain Falento | 16 avril 2024



100 % des gagnants
ont tenté leur chance



100 % des gagnants
ont tenté leur chance

S'il est un verbe que nous employons chaque jour sans même réfléchir à sa signification, c'est bien le verbe

« impliquer ».

Il suffit de regarder la télévision pendant dix minutes pour le voir employé maintes fois, sans que celui qui l'utilise ait réellement réfléchi à ce qu'il dit.

Considérons les deux assertions suivantes :

« La chute de neige implique que nous soyons en hiver » et « la période hivernale implique des chutes de neige ».

Il apparaît donc que, dans notre langage naturel, nous employons le même mot pour définir la cause et la conséquence, ce qui ne facilite pas la compréhension complète du concept d'implication.

En réalité, la confusion mentale dont nous sommes victimes va bien plus loin que cela : les notions de condition nécessaire et de condition suffisante s'entremêlent très souvent dans notre esprit, même pour des cerveaux entraînés.

En logique, l'implication entre deux propositions est représentée par une flèche. $P \rightarrow Q$ (P et Q étant deux propositions) se lit « P implique Q ».

$P \rightarrow Q$ ne signifie qu'une seule chose et rien d'autre : chaque fois que P est vraie alors Q est vraie. Exprimé autrement : il n'est pas possible que P soit vraie et Q fausse.

Par conséquent, en reprenant l'exemple précédent, il est licite d'écrire que (chute de neige) \rightarrow (être en hiver), car la neige ne tombe pas en été, mais certainement pas que (être en hiver) \rightarrow (chute de neige), les hivers sans un seul flocon étant assez fréquents dans les zones tempérées.

Lorsque c'est possible, il est bon de s'aider par une représentation ensembliste afin de se faire une opinion sur l'existence ou non d'une implication. Par exemple : (Être un

humain) implique (Être un mammifère).

Il est bien entendu évident que l'ensemble des humains est inclus dans l'ensemble des mammifères.

En revanche vous ne pouvez pas écrire que « (Être un mammifère) implique (être un humain) » car il existe des mammifères qui ne sont pas des humains, comme les chiens par exemple.

Tout ceci semble être l'évidence même, pas la peine de s'appesantir sur la question.

Pourtant, si vous demandez à des étudiants à l'université (même scientifiques !) de vous dire, sachant que $P \rightarrow Q$, laquelle des deux propositions est la condition nécessaire, et laquelle est la condition suffisante, la grande majorité d'entre eux vous répondrons que bien entendu P est la nécessaire et Q la suffisante.

Si vous leur demandez une justification, ils vous expliqueront que la condition nécessaire doit être remplie avant la suffisante, puisque par définition elle est nécessaire, donc elle se trouve à gauche de la flèche...

Malheureusement, c'est l'inverse.

Il suffit de reprendre l'exemple précédant pour s'en convaincre, il est suffisant d'être un humain pour être un mammifère, mais cela n'est pas nécessaire (il est également possible d'être un chat, un chien ou un dauphin).

De même, impossible d'être qualifié d'humain si vous ne remplissez même pas les conditions requises pour un être un mammifère ; être un mammifère est une condition nécessaire pour l'appartenance à l'humanité.

Certains de nos lecteurs seront probablement extrêmement surpris par tout ceci, et c'est tout à fait normal. Votre serviteur vous avouera sans aucune honte que, malgré

quelques décennies passées à réfléchir à tout ceci, il est contraint chaque fois que la question se pose à s'en convaincre de nouveau, tant le supposé *bon sens* semble nous dire le contraire.

Pourquoi sommes-nous donc enclins à confondre les conditions nécessaires et les conditions suffisantes dès que nous y réfléchissons, alors que dans la vie quotidienne nous faisons des raisonnements corrects sans même y penser ?

Les problèmes auxquels nous sommes confrontés quotidiennement ne nécessitent que rarement une analyse logique poussée. Seuls les scientifiques et les programmeurs, et ceux qui doivent faire des diagnostics (médecins, garagistes, réparateurs de matériel électronique) se doivent de penser de cette façon.

Quant à la raison de nos difficultés à penser logiquement, il n'est pas interdit de considérer que la symbolique qui a été choisie est à l'origine du problème.

Cette flèche, qui symbolise l'implication, déclenche dans notre cerveau une association d'idée avec la flèche du temps, qui nous induit en erreur.

D'ailleurs, il faut rappeler qu'avant d'utiliser cette flèche pour symboliser l'implication logique, était utilisée la notation ensembliste d'inclusion $P \subseteq Q$ (P est inclus dans Q), qui est beaucoup plus intuitive.

Il y a bien longtemps, la Française des Jeux avait astucieusement utilisé cette confusion naturelle dans nos esprits dans une publicité concernant le Loto, en utilisant ce slogan malicieux : «*100% des gagnants ont tenté leur chance* ».

Traduit en proposition logique ce «*100% des gagnants ont tenté leur chance* » devient (Gagner au Loto) implique (avoir joué). C'est une évidence, il est nécessaire de jouer pour

espérer gagner.

Cependant, aucun d'entre nous n'a pu s'empêcher de comprendre, l'espace d'un instant, « *100% de ceux qui ont tenté leur chance ont gagné* », soit « (Jouer au Loto) implique (Gagner au Loto).

Ceci nous amène à nous pencher sur les dernières épreuves du concours de CAPES de Mathématiques.

Tous les spécialistes s'accordent à dire que le niveau de l'épreuve s'est effondré, et qu'un lycéen de Terminale scientifique de niveau correct pourrait parfaitement y obtenir une excellente note.

La réalité est en fait bien plus grave que cela. En observant le contenu de ces épreuves, il apparaît que les premières questions qui sont posées ont comme unique objectif de déterminer si le candidat a bien compris ce qu'est une implication logique (idem pour la négation).

En vérité, ces questions devraient tout naturellement être éliminatoires, car quelqu'un qui n'aurait pas compris cela n'a tout simplement rien compris aux mathématiques depuis qu'il est dans le système scolaire, et il est hors de question qu'il soit en charge de la formation scientifique des élèves.

Cela n'est hélas pas le cas, tant les candidats au professorat se font rares ces dernières années dans les matières scientifiques.

Des milliers d'élèves se retrouveront donc chaque année devant des professeurs de mathématiques qui en savent à peine plus qu'eux sur les bases du raisonnement logique.

La chute de la France dans les classements internationaux se poursuivra donc inexorablement.

Dans notre prochain article, nous évoquerons un petit jeu

bien connu qui nous montrera que nous manipulons souvent des implications sans le savoir, et nous emmènera ainsi à la frontière entre la logique et les sciences cognitives.

Alain Falento